Florin Antohe Marius Antonescu
Marin Chirciu Gheorghe Iacoviță

FIȘE DE LUCRU DIFERENȚIATE

ALGEBRĂ, GEOMETRIE

Clasa a VI-a

Partea I

Cartea Românească
EDUCAȚIONAL

CUPRINS

Teste inițiale

(*NOTA PROFESORULUI:* ....)

TESTUL 1

Rezolvă subiectele pe spaţiul alocat mai jos!

1. Calculează:
a) $3{,}8 + 2{,}5 \cdot 7$; **b)** $16{,}2 : 4$; **c)** $5{,}8 - 2{,}9 + 0{,}37$; **d)** $4{,}7 \cdot 100 : 5$.

2. Calculează: $(9 + 3^{192} : 3^{188}) : 10$.

3. Scoate întregii din următoarele fracţii:
a) $\frac{19}{4}$; **b)** $\frac{274}{13}$.

4. Dacă 12 muncitori termină o lucrare în 16 ore, în câte ore termină lucrarea 4 muncitori?

5. Un unghi are măsura 100°. Determină măsura unghiului format de o latură a sa şi prelungirea celeilalte.

6. Media aritmetică a trei numere este 7,7. Două dintre ele sunt 1,8 şi 3,4. Află al treilea număr.

7. Calculează: $\frac{1}{4} + \frac{7}{24} + \frac{5}{8}$.

8. Determină toate numerele naturale de forma $\overline{2a5b}$, $a \neq b$, divizibile cu 3.

9. Transformă 35 ha în m^2.

(NOTA PROFESORULUI: ....)

TESTUL 2

Rezolvă subiectele pe spaţiul alocat mai jos!

1. Calculează:

a) $7{,}8 : 2 + 9{,}5 \cdot 3{,}4$; **b)** $5{,}71 \cdot 10 - 4{,}3$; **c)** $8{,}35 - 3{,}89 + 11{,}1$; **d)** $57 : 2{,}5$.

2. Calculează: $[17 \cdot (21 - 3 \cdot 7) : 5]^7$.

3. Arată că fracţia $\dfrac{4a+8}{a^2+a}$ este reductibilă, oricare ar fi n număr natural nenul.

4. Dacă 4 lalele şi 7 crizanteme costă 47 de lei, iar 7 lalele şi 5 crizanteme costă 46 de lei, calculează cât costă o lalea și cât costă o crizantemă.

5. Punctele A, P, R şi B sunt coliniare în această ordine, astfel încât P este mijlocul lui $[AR]$ şi R este mijlocul lui $[PB]$. Dacă $|PB| = 16$ cm, află lungimile segmentelor AP şi AB.

6. Media aritmetică a trei numere este 5,7. Află numerele, ştiind că primul este cu 2,8 mai mic decât al doilea, iar al treilea este cu 7,3 mai mare decât al doilea.

7. Calculează: $3 + \dfrac{1}{4} + \dfrac{2}{5}$.

8. Determină toate numerele naturale de forma $\overline{a14a}$ divizibile cu 9.

9. Calculează şi exprimă rezultatul în ari: $2{,}29\ dam^2 + 0{,}12\ hm^2 - 146\ m^2$.

Fișe de lucru diferențiate, pe lecții

ALGEBRĂ

FIȘA DE LUCRU NR. 1

MULȚIMI: DESCRIERE, NOTAȚII, REPREZENTĂRI; RELAȚIA DINTRE UN ELEMENT ȘI O MULȚIME

Înțeleg!

Prin **mulţime** înţelegem o colecţie (grup, ansamblu, grămadă) formată din **obiecte distincte**. Aceste obiecte se numesc **elementele mulţimii**.

Exemplu: mulţimea cifrelor arabe are elementele: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Alte exemple de mulţimi: mulţimea cifrelor impare, nenule; mulţimea elevilor unei clase; mulţimea planetelor sistemului solar etc.

Mulţimile se notează cu litere mari de tipar din alfabetul latin: A, B, C etc., iar **elementele mulţimii** se notează cu litere mici.

Relaţia dintre un element şi o mulţime:

Dacă P este o mulţime şi a un element al său, atunci vom scrie $a \in P$ şi vom citi „*a aparţine lui P*". Dacă a nu este un element al mulţimii P, atunci vom scrie $a \notin P$ şi vom citi „*a nu aparţine lui P*".

Exemplu: Dacă $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, atunci $7 \in A$, iar $10 \notin A$.

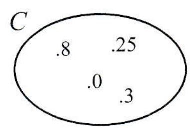
Moduri de a defini o mulţime:

1. Prin enumerarea elementelor: elementele mulţimii se scriu între două acolade.

Exemple: $A = \{10; 11; 12;13; 14\}$; $B = \{17; 18; 22;23; 24; 28\}$

2. Cu ajutorul unei diagrame Venn-Euler

Exemplu: Desenul alăturat este o diagramă. El indică faptul că mulţimea C este formată din elementele: 0; 3; 8; 25.



3. Prin enunţarea unei proprietăţi caracteristice elementelor mulţimii.

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este număr natural şi } x \leq 7\}$.

Mulţimea care nu are niciun element se numeşte **mulţimea vidă**; ea se notează cu simbolul $\varnothing$.

Exersăm!

1. Scrie mulţimea literelor din care este format cuvântul:
a) matematică; **b)** enciclopedie.

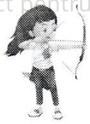
2. Scrie mulţimea cifrelor din care sunt formate numerele:
a) 3 214; **b)** 207 365; **c)** 18 026 734; **d)** 9 803 265 471.

3. Scrie mulţimea M ştiind că are trei elemente, pe baza următoarelor informaţii: $3 \notin M$, $4 \in M$, $7 \notin M$, $5 \in M$, $6 \notin M$, $9 \in M$, $10 \notin M$, $12 \notin M$.

4. Scrie următoarele mulţimi cu ajutorul unei proprietăţi caracteristice a elementelor:
a) $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; **b)** $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$; **c)** $C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$.

5. Precizează valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $7 \in \{0; 2; 3; 7; 9; 10\}$; **b)** $6 \notin \{0; 3; 4; 5; 9\}$; **c)** $0 \in \varnothing$.



Fixăm!

1. Fie $M = \{0; 2; 3; 4\}$ și $N = \{x \mid x = 3^y + y$ și $y \in M\}$. Scrie elementele mulțimii N.

2. Fie mulțimea $A = \{15; 20; 25; \ldots\ldots; 105\}$.

a) Scrie elementele mulțimii A care sunt divizibile cu 5.

b) Scrie elementele mulțimii A care sunt divizibile cu 2.

3. Scrie în trei moduri diferite mulțimea numerelor naturale de două cifre, mai mici decât 40, divizibile cu 9.

4. Considerăm mulțimea $A = \{2000; 2001; 2002; \ldots; 3000\}$.

a) Precizează câte pătrate perfecte conține mulțimea A.

b) Dacă toate elementele mulțimii A se împart la 11, calculează suma resturilor obținute.

5. Activitate în echipă. Fie mulțimea $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5n + 11$ se divide cu $17\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Orice număr natural care dă restul 8 la împărțirea cu 17 este element al mulțimii A".

Verificăm!

1. Numerele naturale pare consecutive sunt grupate astfel: $\{0\}; \{2; 4\}; \{6; 8; 10\}; \{12; 14; 16; 18\}, \ldots$. Calculează suma numerelor din a 9-a mulțime.

2. Fie mulțimea $A = \{3, 9, 15, \ldots, 2013\}$.

a) Arată că $597 \in A$ și $727 \notin A$.

b) Calculează suma elementelor din mulțimea A.

c) Arată că, oricare ar fi n număr natural nenul, suma primelor n elemente din A, luate în ordine crescătoare, nu este pătrat perfect.

3. Se dă șirul de mulțimi $A_1 = \{1\}; A_2 = \{2; 3; 4\}; A_3 = \{5; 6; 7; 8; 9\} \ldots$.

a) Scrie elementele mulțimii A_4.

b) Precizează cărei mulțimi îi aparține elementul 2010.

c) Determină cel mai mic și cel mai mare element al mulțimii A_{2010}.

4. Se consideră mulțimea $M = \{1; 8; 15; 22; 29; \ldots; 134\}$. Arată că oricum am alege 12 elemente din mulțimea M, există două dintre acestea a căror sumă este 142.

5. Se dă mulțimea A formată din numere naturale, cu proprietățile:

a) $9 \in A$; **b)** dacă $x \in A$, atunci $5x + 1 \in A$; **c)** dacă $7x + 4 \in A$, atunci $x \in A$.

Arată că $6 \in A$.

(MĂ AUTOAPRECIEZ: ....) ***(NOTA PROFESORULUI: ....)***

Soluții

TESTE INIȚIALE

Testul 1

1. a) 21,3; b) 4,05; c) 3,27; d) 94. **2.** 2. **3.** a) $4\frac{3}{4}$; b) $21\frac{1}{13}$. **4.** 48 h. **5.** 80°. **6.** 17,9. **7.** $\frac{7}{6}$. **8.** 2250, 2550, 2850, 2151, 2451, 2751, 2052, 2352, 2652, 2952, 2253, 2553, 2853, 2154, 2454, 2754, 2055, 2355, 2655, 2995, 2358, 2658, 2358, 2259, 2559, 2859. **9.** 35 ha = 350 000 m^2.

Testul 2

1. a) 35,9; b) 52,8; c) 15,56; d) 22,8. **2.** 0. **3.** se simplifică prin 2. **4.** o lalea = 3 lei; o crizantemă = 5 lei. **5.** AP= 8 cm; AB= 24 cm. **6.** a = 1,4; b = 4,2; c = 11,5. **7.** $\frac{73}{20}$. **8.** 2142. **9.** 12,83 ari.

Testul 3

1. a) 52,43; b) 432,5; c) 20,25; d) 31. **2.** 5. **3.** a) $\frac{43}{8}$; b) $\frac{174}{17}$. **4.** $b = 7a$; $2a + 3b = 460$; $23a = 460$; $a = 20$; $b = 140$. **5.** X – mijlocul lui $NP \Rightarrow NX = XP \Rightarrow MX = XQ$. **6.** a = 3,8; b = 7,6; c = 10,8. **7.** $\frac{31}{24}$. **8.** 300; 360. **9.** 96 264 m^3.

Testul 4

1. a) 1,7; b) 4; c) 6,203; d) 32. **2.** $(5^{10} : 5^8 - 5^2) \cdot 4^2 + 3^3 = 27$. **3.** $x \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$. **4.** $a + b = 167$; $a = 7b + 7$; $b = 20$; $a = 147$. **5.** NP = 4 cm; NT = 2 cm; MT = 8 cm. **6.** a = 4,12; b = 2,06. **7.** $\frac{109}{8}$. **8.** $U(3^{80} - 2^{20}) = 5 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3^{80} - 2^{20} \vdots 5$. **9.** V = 512 dm^3 = 0,512 m^3.

Testul 5

1. 7,44. **2.** 1. **3.** $\frac{3}{11} < \frac{3}{8} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4} < \frac{3}{2}$. **4.** 21; 22; 23; 24. **5.** m($\sphericalangle MOP$) = 121°. **6.** c = 6,5. **7.** $\frac{31}{12}$. **8.** a = 3. **9.** $V = 7 \cdot 5 \cdot 0{,}3 = 10{,}5$ m^3.

Testul 6

1. 30. **2.** 28,4. **3.** 375 lei. **4.** a = 130; b = 87. **5.** $DF = 2 \cdot PR = 2 \cdot 5 = 10$ cm. **6.** a = 8,85; b = 8,35. **7.** $\frac{13}{180}$. **8.** 105; 120; 135; 150; 165; 180; 195; 210; 225; 240; 255; 270; 285. **9.** L = 20 cm = 2 dm.

Testul 7

1. (1,26 + 5,6) · 0,7 – 0,004 = 4,798. **2.** $9^{49} : 3^{98} + 4 = 3^{98} : 3^{98} + 4 = 5$. **3.** a = 19. **4.** 30 apartamente cu 2 camere și 20 apartamente cu 3 camere. **5.** a) 39°25'; b) 157°6'30". **6.** 4. **7.** $\frac{5}{9}$. **8.** $a = 91 \cdot c + 65 = 13 \cdot (7c + 5) \Rightarrow$ $\Rightarrow a \vdots 13$. **9.** l = 8 cm; P= 32 cm = 0,32 m.

Testul 8

1. 150,5. **2.** $4^4 + (4 + 250) \cdot 1 = 256 + 254 = 510$. **3.** 24 km. **4.** 60 pere; 20 pere; 20 pere; 10 pere. **5.** a) 88°31'36"; b) 96°52'57". **6.** a = 4,2; b = 2,1; c = 0,9. **7.** $\frac{89}{30}$. **8.** $10^n + 1241 = 1\underbrace{000..00}_{n \text{ cifre}} + 1241 = 1\underbrace{000..00}_{n-4 \text{ cifre}}1241$; suma cifrelor numărului este 9, deci $10^n + 1241 \vdots 9$. **9.** $A = 83 \cdot 34 = 2822$ cm^2.

ALGEBRĂ

1. MULȚIMI: DESCRIERE, NOTAȚII, REPREZENTĂRI; RELAȚIA DINTRE UN ELEMENT ȘI O MULȚIME

Exersăm

1. a) {m; a; t; e; i; c; ă}; b) {e; n; c; i; l; o; p; d}. **2.** a){1; 2; 3; 4}; b) {0; 2; 3; 5; 6; 7}; c) {0; 1; 2; 3; 4; 6; 7; 8}; d) {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}. **3.** $M = \{4; 5; 9\}$. **4.** a) $A = \{x \mid x$ – cifră, $x \leq 6\}$; b) $B = \{x \mid x$ – cifră impară$\}$; **c)** $C = \{x \mid x = 2^n;\ n \leq 5\}$. **5.** a) A; b) A; c) F.

Fixăm

1. $N = \{1; 11; 30; 85\}$. **2.** a) toate; b) 20; 30;...; 100. **3.** $A = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} \vdots 9\}$ sau $A = \{\overline{ab} \mid a + b \vdots 9\}$ sau diagramă. **4.** a) $45^2 = 2025$; $54^2 = 2916 \Rightarrow$ sunt 10 pătrate perfecte; b) $2000 = 11 \cdot 181 + 9$, iar $3000 = 11 \cdot 272 + 8$; resturile împărțirii numerelor la 11 sunt: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; suma lor este 55; între 2000 și 3000 avem $272 - 181 = 91$ grupe de câte 11 numere pentru care suma resturilor fiecărei grupe este 55; deci suma resturilor este $91 \cdot 55 = 5005$. **5.** Într-adevăr, pentru $n = 17c + 8$, avem $5(17c + 8) + 11 = 85c + 51 = 17(5c + 3) \vdots 17$.

Verificăm

1. În primele 8 mulțimi sunt primele 36 de numere pare; primul element din cea de-a 9-a mulțime este 72; iar ultimul este 88; suma lor este 720. **2.** a) Elementele mulțimii A sunt de forma $6n + 3$, n – nr. natural; b) $S = (3 + 2013) \cdot 336 : 2 = 338688$; c) $S = 3 \cdot n^2$, care nu este pătrat perfect. **3.** a) $A_4 = \{10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$; b) deoarece A_{k+1}, are $2k + 1$ elemente, k – nr. natural, suma elementelor mulțimilor $A_1; A_2; \ldots; A_{k+1}$; este $1 + 3 + 5 + \ldots + 2k + 1 = (k + 1)^2$; $45^2 < (k + 1)^2 \leq 46^2 \Rightarrow 2010 \in A_{45}$; c) A_{2010} are 4019 elemente; cel mai mic element al mulțimii A_{2010} este $2009^2 + 1$, iar cel mai mare este 2010^2. **4.** Cele 20 de elemente ale mulțimii M se pot scrie astfel: $7 \cdot 0 + 1$; $7 \cdot 1 + 1$; $7 \cdot 2 + 1$; ....; $7 \cdot 19 + 1$; grupăm cele 20 de elemente în 11 mulțimi astfel: {1}; {7}; {8; 134}; {9; 133}; {10; 132}; ...; {64; 78}; cu excepția primelor două mulțimi toate celelalte au suma elementelor 142; aplicăm principiul cutiei și obținem că atunci când alegem 12 elemente din M, vom găsi printre elementele alese cel puțin două cu suma 142. **5.** $9 \in A \Rightarrow 46 = 9 \cdot 5 + 1 \in A$, dar $46 = 7 \cdot 6 + 4 \Rightarrow 6 \in A$.

2. RELAȚII ÎNTRE MULȚIMI

Exersăm

1. a) $\varnothing$; {3}; {5}; {3; 5}; b) $\varnothing$; {4}; {5}; {6}; {4; 5}; {4; 6}; {5; 6}; {4; 5; 6}; c) $\varnothing$; {1}; {3}; {8}; {9}; {1;3}; {1; 8}; {1; 9}; {3; 8}; {3; 9}; {8; 9}; {1; 3; 8}; {1; 3; 9}; {1; 8; 9}; {3; 8; 9}; {1; 3; 8; 9}. **2.** a) $\subset$; b) $\not\subset$; c) =. **3.** $A \subset B \subset C \subset D$. **4.** a) $\supset$; b) $\subset$; c) $\subset$; d) =; e) $\subset$; f) $\subset$. **5.** a) A; b) F; c) A; d) F.

Fixăm

1. $m = 1$; $n = 11$. **2.** a) $a \in \{3; 5\}$; b) $a \in \{1; 5\}$; c) $a \in \{6; 7\}$. **3.** a) $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$; b) {1}; {3; 5}; {1; 3; 5}; {5; 7; 9}; c) {0; 1; 3; 5; 7; 9}; {1; 2; 3; 5; 7; 9}; {1; 3; 4; 5; 7; 9}; {1; 3; 5; 7; 9; 10}. **4.** a) 7 mulțimi; b) 8 submulțimi. **5.** $A = B = \{1\}$.

Verificăm

1. $5x + 3$ nu poate fi pătrat perfect; $5x + 3 \neq x^2$, deci $x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$ și $5x + 3 = 33$; cum $A = B \Rightarrow 7y + 5 = 33 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A = B = \{33; 36\}$. **2.** a) $X = \{4; 14; 11\}$ sau $X = \{4; 14; 17\}$; b) X nu poate conține numere consecutive și nici numere de aceeași paritate consecutive; diferența minimă dintre două elemente ale lui X este cel puțin 3; X are maximum n elemente; $\{1; 4; 7; \ldots; 3n - 2\}$ sau $\{2; 5; 8; \ldots; 3n - 1\}$; c) Y – mulțime cu proprietatea P, a. î. $4 \in Y$; $14 \in Y$; $x, y \in Y$, cu $x < y \Rightarrow y - x \geq 3$; în Y sunt cel mult $n - 5$ elemente mai mari ca 14 și cel mult un element mai mic ca 4; $a, b \in Y$, cu $4 < a < b < 14$; $a \geq 7$; $b \leq 11$; $a = 7$, atunci $(14 - 7) \mid (14 + 7)$, deci $a \neq 7$; între numerele 4 și 14 există cel puțin un element al lui Y, deci Y are $n - 1$ elemente $\Rightarrow Y$ nu poate avea n elemente care să conțină numerele 1 și 11 cu proprietatea P. **3.** a) $a = 7$; b) $x = 5$; $y = 7$. **4.** A are 503 elemente; elementele pot fi grupate în trei mulțimi cu câte un element și 250 mulțimi de câte două elemente; {1}; {5}; {1009}; {2; 2009}; {11; 2007}; ...; {1005; 1013}; avem 253 mulțimi; aplicăm principiul cutiei și rezultă concluzia. **5.** Suma elementelor este 2016; submulțimile lui P cu suma elementelor 2008 sunt alcătuite din toate nr. de la 1 la 63, mai puțin cele care pot da suma 8; $8 = 1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5 = 1 + 2 + 5 = 1 + 3 + 4$, deci 6 variante, rezultă că avem 6 submulțimi.